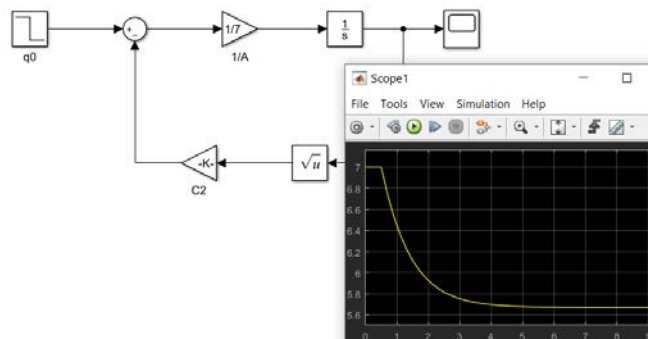


# Primjeri rješavanja običnih diferencijalnih jednačbi u Simulinku



**Željka Ujević Andrijić**

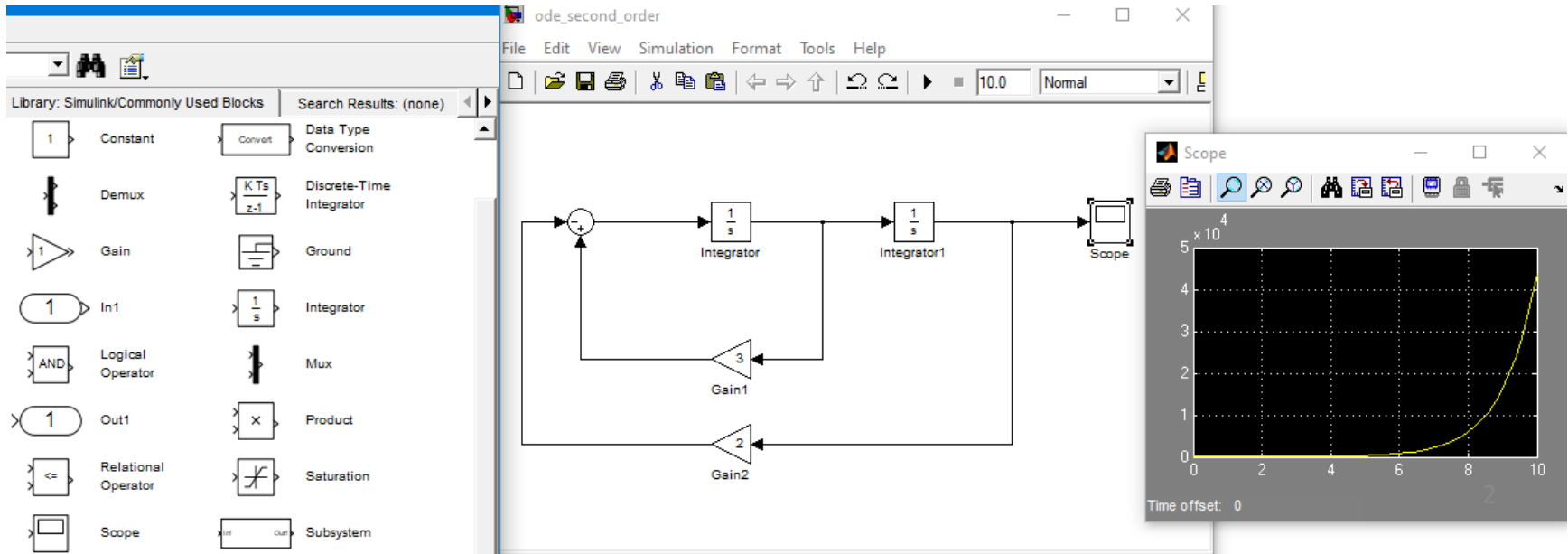
Sveučilište u Zagrebu

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije

[zujevic@fkit.unizg.hr](mailto:zujevic@fkit.unizg.hr)

# SIMULINK

- Grafičko okruženje, prikaz jednostavnim blok dijagramima, vizualni prikaz rezultata simulacije i zapis u datoteke
- Simulink je grafičko okruženje unutar programskog sustava MATLAB koji omogućuje modeliranje, simulaciju i analizu (nelinearnih) dinamičkih sustava
- **DINAMIČKI SUSTAV** – sustav čije stanje karakterizira prijelazno vladanje nakon pojave određene pobude u sustavu (poremećaj)
- Promjena simulacijskih parametara moguća i tijekom same simulacije (interaktivni sustav).



# Primjer rješavanja običnih diferencijalnih jednačbi

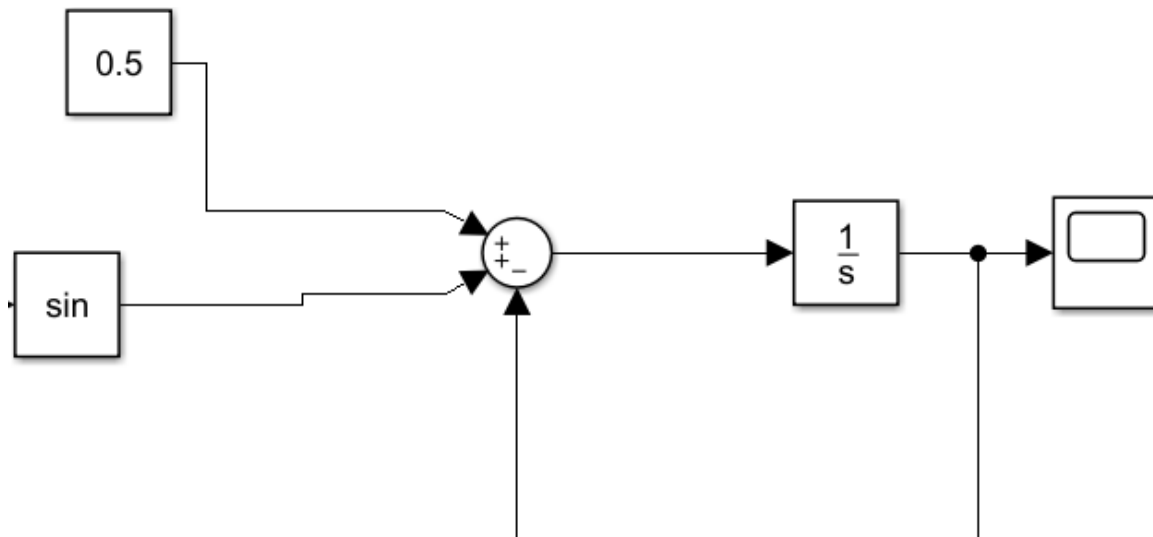
## Primjer 1:

Riješite sljedeću običnu diferencijalnu jednačbu 1.reda u Simulinku:

$$y' + y = \sin(x) + 0.5$$

uz početni uvjet:  $y(0) = 0,5$

$$y' = \sin(x) + 0.5 - y$$



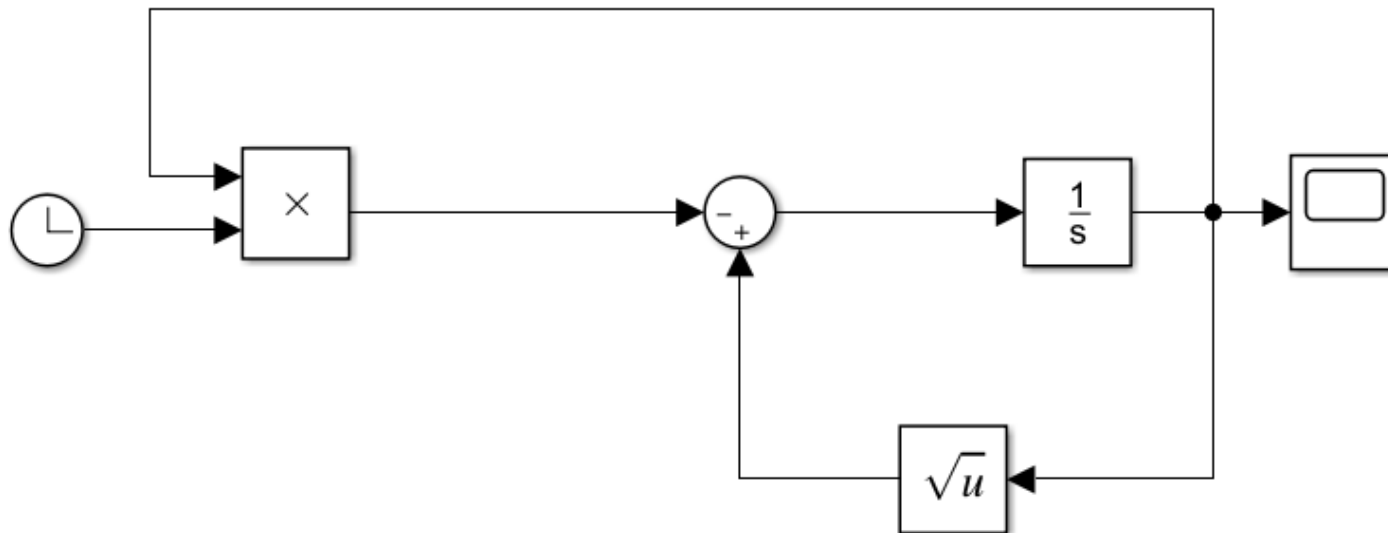
# Primjer rješavanja običnih diferencijalnih jednačbi

## Primjer 2:

Riješite sljedeću običnu diferencijalnu jednačbu 1.reda u Simulinku:

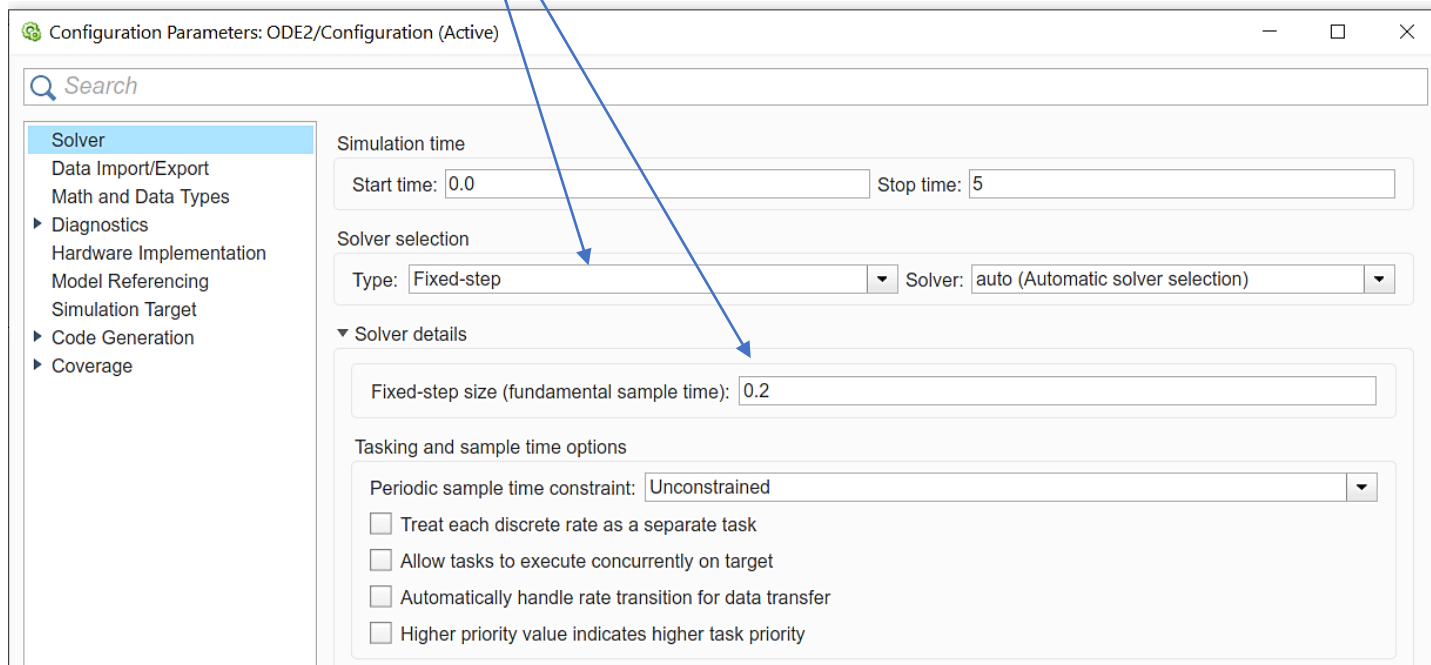
$$y' = \sqrt{y} - xy$$

uz početni uvjet:  $y(0) = 5$ , uz korak integracije  $h = 0,2$ , na intervalu  $[0,5]$

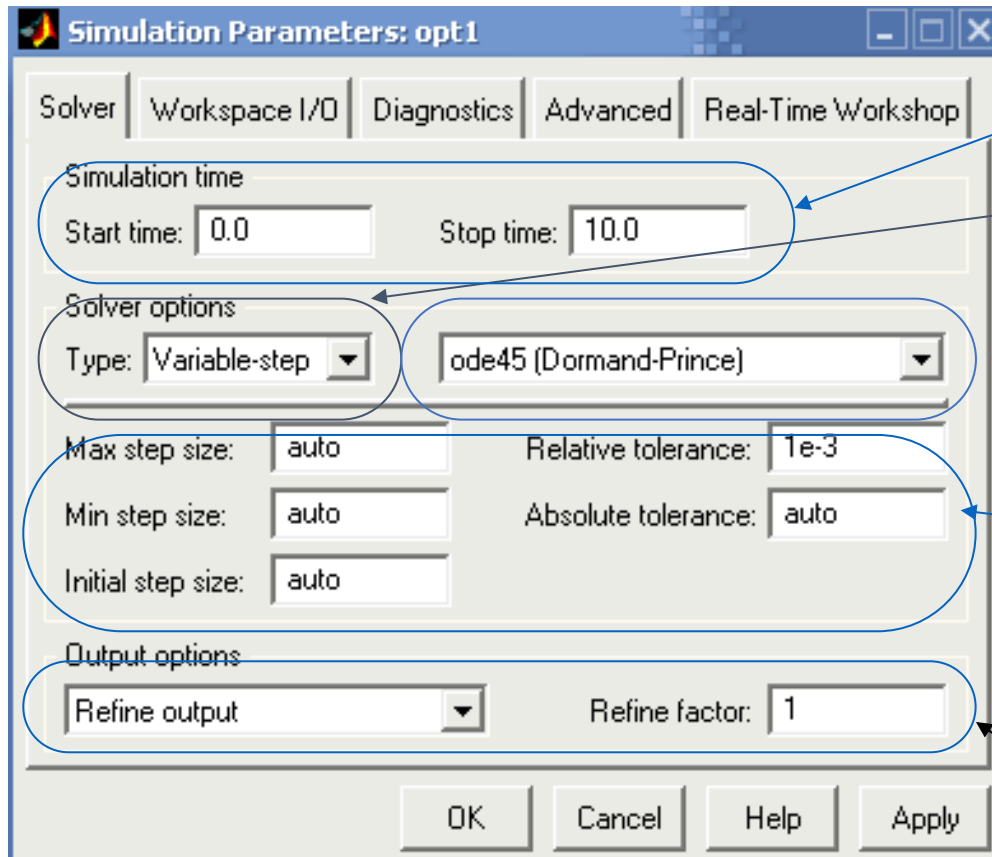


# Primjer rješavanja običnih diferencijalnih jednačbi

- U **Model Configuration Parameters** (unutar **Modeling/Model Settings** u novijim verzijama MATLAB-a) se mogu podešavati razni parametri simulacije, kao tip *solvera*, veličina koraka, trajanje simulacije, itd.
- Pretpostavljena metoda numeričke integracije u Simulinku je ode45 i prikladna je za većinu problema.
- U ovom zadatku se traži fiksni korak integracije, inače je u Simulinku postavljen promjenljivi korak integracije.



# Podešavanje parametara simulacije



Podešavanje trajanja simulacije

Odabir vrste numeričke integracije  
(fiksni korak, promjenjivi korak)

Odabir postupka numeričke  
integracije

Podešavanje dodatnih parametara  
postupka numeričke integracije

Definiranje u kojim će se trenucima  
računati stanja sustava

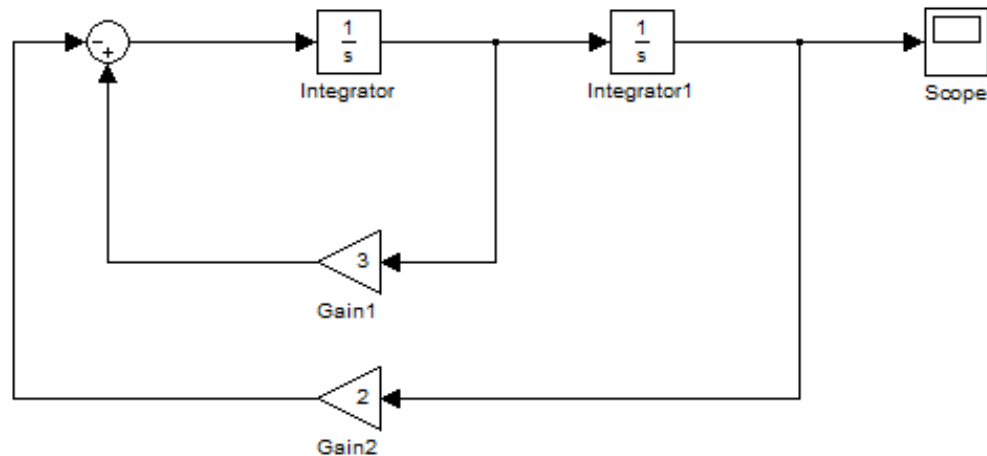
# Primjer rješavanja obične diferencijalne jednačbe 2. reda

## Primjer 3:

Riješite sljedeću običnu diferencijalnu jednačbu 2. reda u Simulinku:

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

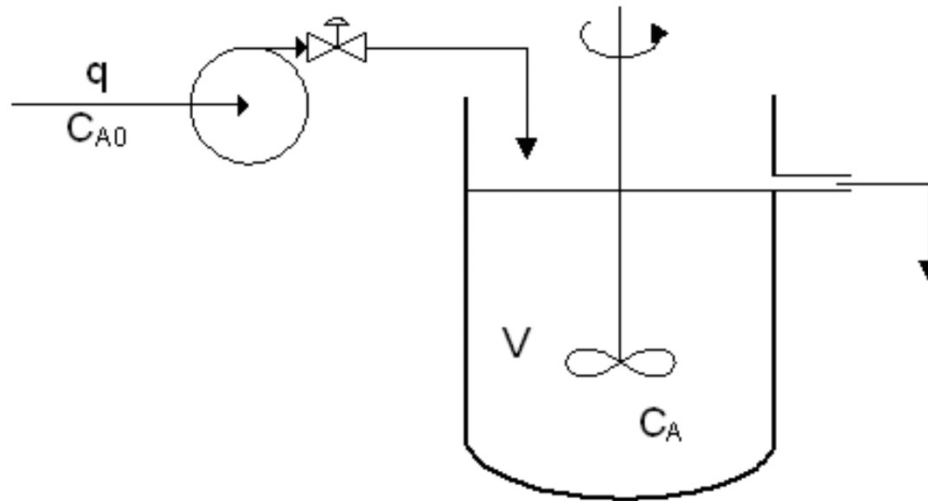
uz početne uvjete:  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 4$



# Primjer 4: Protočno kotlasti reaktor

## Zadatak:

Odredite prijelazni odziv koncentracije u protočno kotlastom reaktoru,  $c_A$



## Zadani podaci:

- |  |  |
|--|--|
| $q = 0,085 \text{ m}^3/\text{min}$     | - protok kroz reaktor                      |
| $V = 2,1 \text{ m}^3$                  | - volumen reaktora                         |
| $c_{A0} = 1,85 \text{ mol/m}^3$        | - koncentracija tvari A u ulaznoj struji   |
| $c_{A,\text{poč}} = 0 \text{ mol/m}^3$ | - početna koncentracija tvari A u reaktoru |



# Primjer 4: Protočno kotlasti reaktor (PKR)

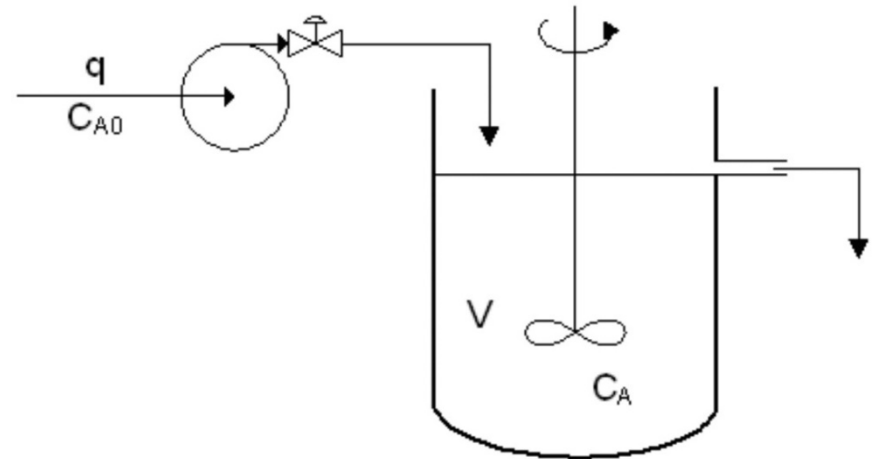
Bilanca množine tvari: 
$$\frac{dn_A}{dt} = \dot{n}_d - \dot{n}_o$$

$q_{dov} = q_{odv} \Rightarrow V = \text{konst}$

$$V \cdot \frac{dc_A}{dt} = q \cdot c_{A0} - q \cdot c_A$$

$$\frac{V}{q} \cdot \frac{dc_A}{dt} = c_{A0} - c_A$$

$$\frac{dc_A}{dt} = (c_{A0} - c_A) \frac{q}{V}$$

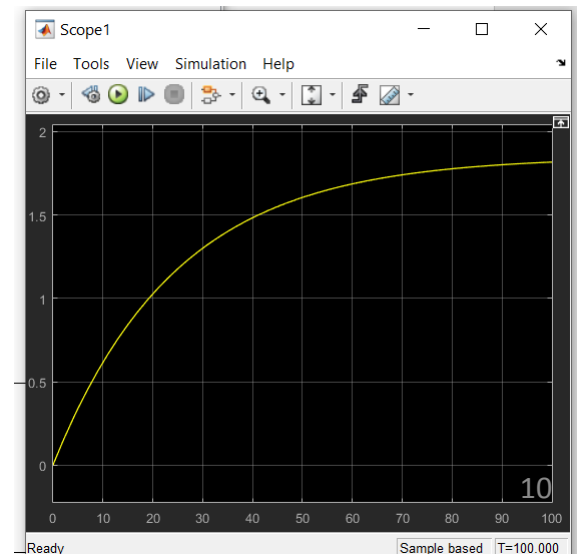
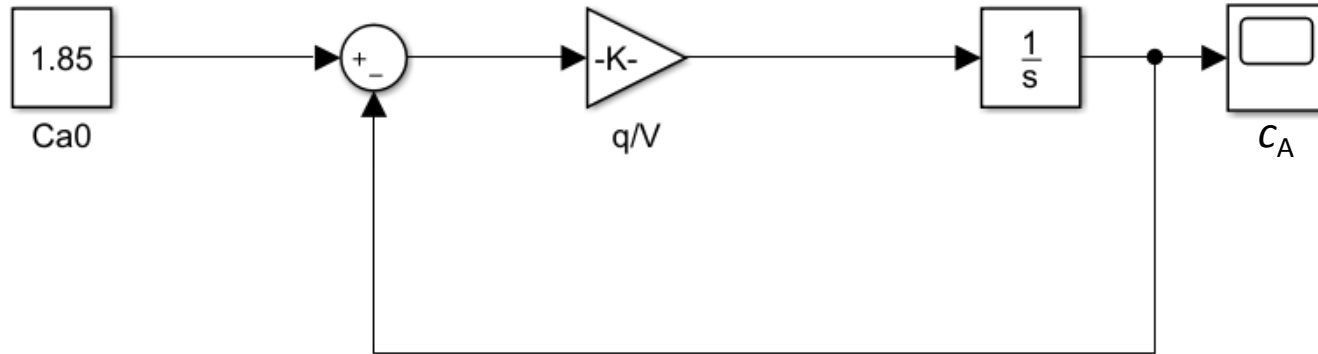


Treba riješiti ovu diferencijalnu jednađbu.

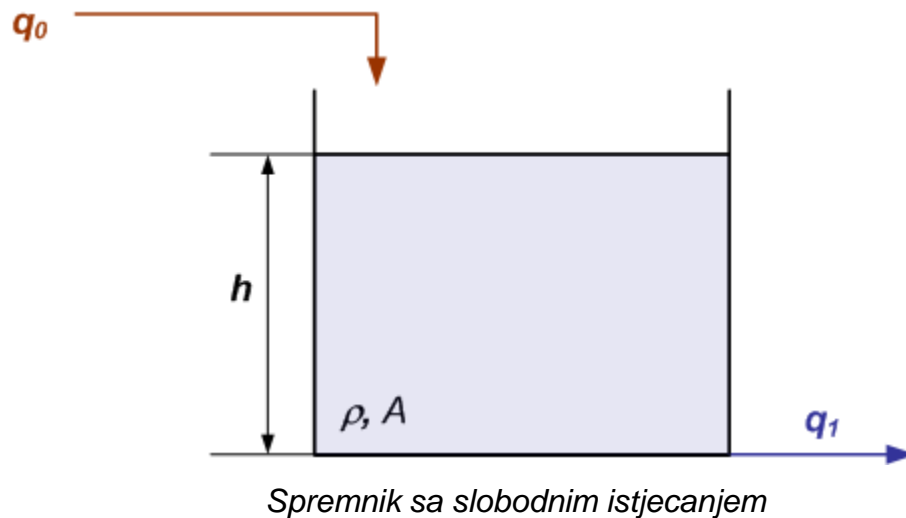
# Primjer 4: Protočno kotlasti reaktor

$$\frac{dc_A}{dt} = (c_{A0} - c_A) \frac{q}{V}$$

## Model PKR u Simulinku



## Primjer 5: Istjecanje kapljevine iz spremnika



Iz ukupne bilance tvari:  $\rho \cdot A \cdot \frac{dh}{dt} = \rho \cdot q_0 - \rho \cdot q_1$

$$q_1 = c_1 \cdot \sqrt{\rho g h} = c_2 \sqrt{h}$$

**Početno je proces u stacionarnom stanju:**

- protok  $q_0 = q_1 = 100 \text{ m}^3/\text{h}$
- razina kapljevine u spremniku  $h = 7 \text{ m}$
- površina poprečnog presjeka  $A = 7 \text{ m}^2$

$$A \cdot \frac{dh}{dt} = q_0 - c_2 \cdot \sqrt{h}$$

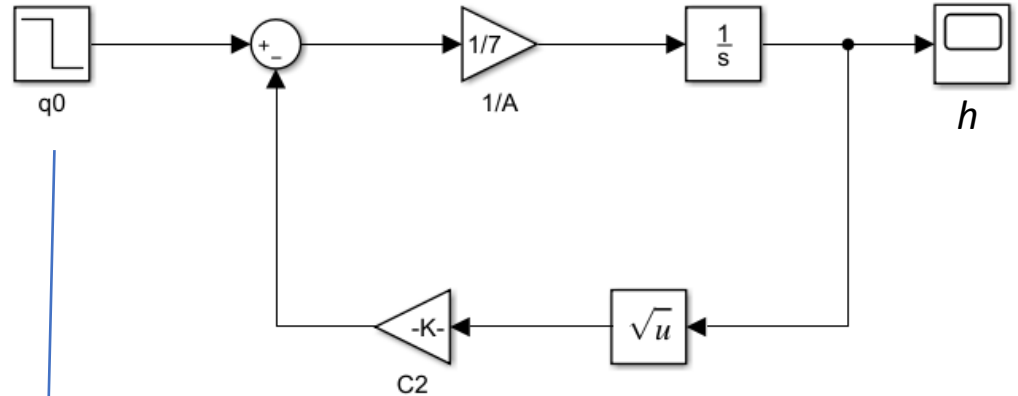
$$c_2 = q / \sqrt{h}$$

# Primjer 5: Istjecanje kapljevine iz spremnika

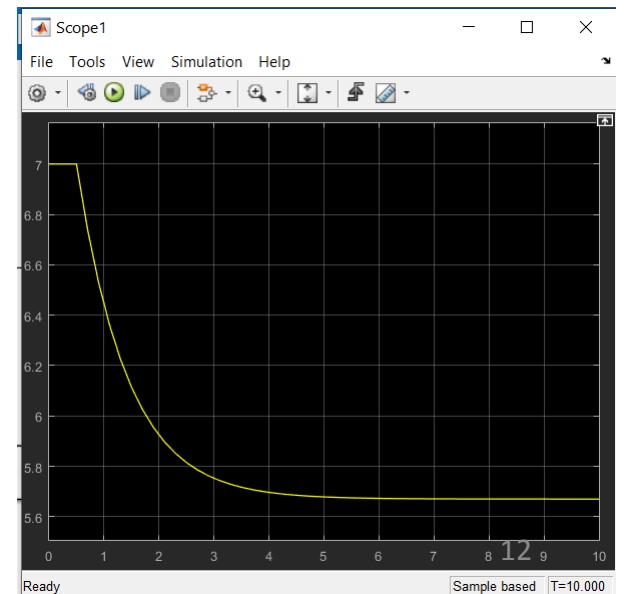
Model u Simulinku:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} (q_0 - c_2 \sqrt{h})$$

$$c_2 = q / \sqrt{h}$$

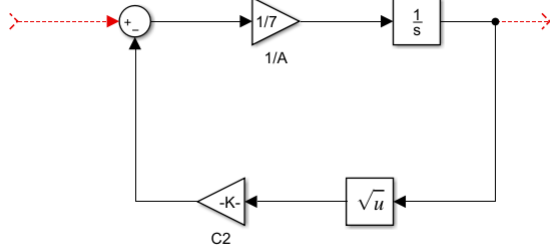


Skokomična promjena sa 100 m<sup>3</sup>/h na 90 m<sup>3</sup>/h u 0.5 min

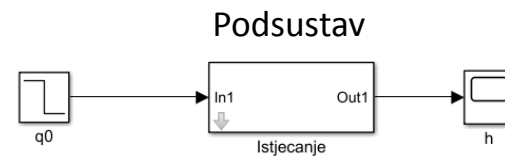


# Maskiranje podsustava na primjeru istjecanja kapljevine

- **Podsustavi** (eng. *subsystems*) i maskiranje podsustava omogućuju bolju preglednost kod složenijih Simulink shema.
- Kreiranje maskiranih podsustava omogućuje korisniku da unosi parametre koje želi direktno u željeni dijaloški okvir, ne pretražujući blokove po često nepreglednim shemama.

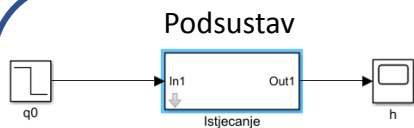


1. Izbrišu se ulaz (q0) i blok scope



2. Otvori se novi model. Iz *library* se uzme blok *subsystem* (iz kategorije *Ports&Subsystem*) i cijeli sadržaj s prethodne blok sheme se prenese u taj podsustav.

- Na ulaz se spoji q0, a izlaz se poveže na blok scope.
- Nakon toga se odaber *Mask*, te desna tipka *Create mask*.
- Unutar *Parameters&Dialog* se unesu parametri koje želite da se prikazuju na dijaloškom okviru maskiranog podsustava.



Dijaloški okvir maskiranog podsustava